Theorie zur Elementarladung e

Leptonen als elektromagnetische Welle im eigenen Gravitationsfeld

Manuel Goessling – manuel@goessling.info

Stand: 20.02.2020

Kurzfassung

Eine richtungsentscheidende Frage in der Physik ist, ob die Theorie der Maxwell Gleichungen eine Effektive Theorie ist. Die Ursache von elektromagnetischen Wellen sind bewegte Ladungen. Die Frage ist, ob elektromagnetische Wellen im Umkehrschluss auch die Ursache für Elementarladungen sein können.
Das weit verbreitete Modell von Elektronen besteht aus einer Punktladung e. Das Problem ist, bei einer Punktladung wird die Energie im Zentrum viel zu groß. Ein kugelsymmetrisches, elektrisches Feld steht daher im Widerspruch zu den Maxwell-Gleichungen und zur Allgemeinen Relativitätstheorie.

Es wird ein elektromagnetisches Modell zur Entstehung und zum Verständnis von Ladungen gesucht, das im Einklang mit den Maxwell-Gleichungen und mit der Allgemeinen Relativitätstheorie steht.

Elementarladungen treten nur zusammen mit Elementarteilchen auf.
Die Elementarladung e = $1{,}602176634 \cdot 10^{-19}$ C ist die kleinste frei existierende Ladungsmenge in Materie. Die Elementarladung gilt bisher als eine Naturkonstante, sie soll in dieser Theorie jedoch aus dem elektromagnetischen Feld des Elementarteilchens berechnet werden.
Dafür wird ein elektromagnetisches Wellenmodell der Leptonen verwendet.
Die gesamte Energie der Leptonen befindet sich nur in einer elektromagnetischen Welle, die sich im Kreis bewegt. Es gibt keine Partikel in diesem Modell.

Im Zentrum der Elementarteilchen entsteht ein Ereignishorizont, an dem die elektrischen Feldlinien enden und so, nach dem Gaußschen Gesetz, eine Ladung entsteht. Die Geometrie des Ereignishorizonts wird berechnet und die Elementarladung *e* wird aus dem elektrischen Feld ermittelt.

Mit diesem vereinfachten Modell erhält man folgenden Ladungsbetrag:
Für das Elektron $1{,}520 \cdot 10^{-19}$ C,
für das Myons $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C und
für das Tau $1{,}651 \cdot 10^{-19}$ C.

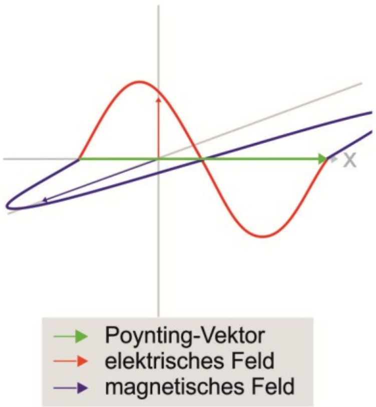
Inhalt

1. Das elektromagnetische Modell

Elementarladungen treten nur zusammen mit Elementarteilchen auf.
Die Elementarladung e = 1,602176634*10^{-19} C ist die kleinste frei existierende Ladungsmenge in Materie. Die Elementarladung gilt bisher als eine Naturkonstante, sie soll in dieser Theorie jedoch aus dem elektromagnetischen Feld des Elementarteilchens berechnet werden.
Dafür wird ein elektromagnetisches Wellenmodell der Leptonen verwendet.

Eine elektromagnetische Welle lässt sich durch ein elektrisches Vektorfeld und ein magnetisches Vektorfeld beschreiben. Diese Felder bewegen sich mit der Lichtgeschwindigkeit c. Die Richtung des Energietransportes wird durch den Poynting-Vektor beschrieben. In jedem Punkt des Raumes, stehen diese drei Vektoren senkrecht aufeinander.

Aus Sicht eines Beobachters ändert sich die Richtung des elektrischen und magnetischen Feldes. Siehe Abbildung 1.



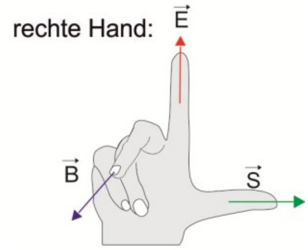


Abbildung 1: Elektromagnetische Welle und rechte Hand Regel

(Der QR-Code führt zu einem bewegten gif-Bild)

Das elektrische Feld eines Elektrons besteht, im Gegensatz zur elektromagnetischen Welle, aus einem statischen elektrischen Feld, da das Elektron eine Ladung e trägt. Die elektrischen Feldlinien zeigen zum Zentrum des Elektrons (Kugelfeld) und bewegen sich nicht.

Das Elektron hat auch ein magnetisches Moment μ_s und somit auch ein magnetisches Feld. Wie das magnetische Feld genau aussieht, ist nicht bekannt. Man kennt jedoch die Größe des magnetischen Moments.

Wie kann eine elektromagnetische Welle, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, die gleichen Eigenschaften wie ein Elektron haben? Es ist bekannt, dass sich Elektronen und Positronen aus einer elektromagnetischen Welle erzeugen lassen.[1]

---

[1] http://www.slac.stanford.edu/exp/e144/e144.html; 9-2019

Die Wellenlänge der elektromagnetischen Welle ist aus dem Energieerhaltungssatz bekannt. Die Wellenlänge ist die Compton-Wellenlänge des Elektrons (2,426 * 10^{-12} m) und damit sehr viel größer als das Partikel-Elektron (10^{-13}-10^{-15} m). Diese elektromagnetische Welle muss in dem Raumgebiet „gefangen“ werden, in dem das Elektron entsteht. (Das Antiteilchen wird hier noch ignoriert und erst später erwähnt.) Für diese „Lichtfalle“ gibt es schon Überlegungen von anderen Autoren:

Herbert Weiß stellt sich diese Lichtfalle, in seinem Buch „Wellenmodell eines Teilchens“[2], wie zwei Spiegel vor. Zwischen den Spiegeln springt das Licht hin und her. Da das Teilchen in diesem Modell eine Lichtuhr bildet, erklärt er damit alle Phänomene der Speziellen Relativitätstheorie sehr anschaulich.

Christoph Caesar beschreibt „das Elektron als umlaufende Welle mit interner Torsion als Möbiusband“[3] .

Carl-Friedrich Meyer beschreibt die „Lichtfallen“ in der gleichen Weise wie Caesar, mit seinem elektromagnetischen Elementarteilchenmodell[4] für Elektronen, Protonen und Neutronen. Bei beiden Elektronenmodellen dreht sich das Licht im Kreis mit einer zusätzlichen Phasendrehung um 180° bei jeder Umdrehung. Meyer erklärt sehr anschaulich, warum sich der Spin ändert, wenn das Elektron um 360° gedreht wird.

Auch in diesem Modell soll das Lepton als umlaufende Welle, mit interner Torsion beschrieben werden. Ein Umlauf in einer Achterbahn ohne interne Torsion ist auch möglich und führt für die Elementarladung zu gleichen Ergebnissen.

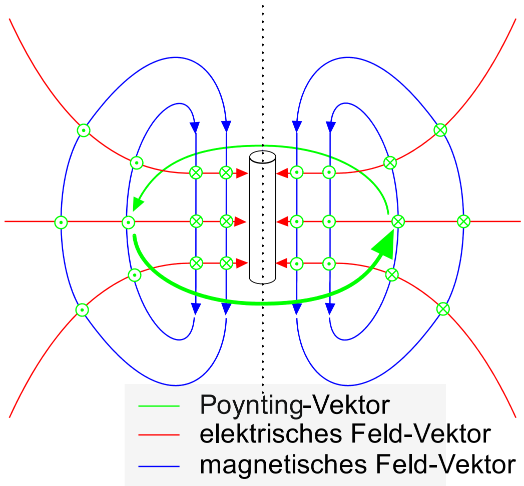


Abbildung 2: Das elektromagnetische Feld eines Elektrons

Es gibt drei Vektorfelder in einer elektromagnetischen Welle, die senkrecht

[2] Herbert Weiß, Wellenmodell eines Teilchens, 1. Auflage, Unterhaching 1991

[3] Christoph Caesar, www.ccaesar.com/ger_index.html, 2003-2019

[4] Carl-Friedrich Meyer, Relativistische invariante Bahnen in Elementarteilchen, Aachen 2005

aufeinander stehen:

1. Der Poynting-Vektor. Die Feldlinien zeigen in die Richtung des Energietransportes. In diesem Modell eine Kreisbewegung, mit Torsion um 180° bei jeder Halbschwingung.
2. Das elektrische Feld. Durch die Torsion um 180° bei jeder Halbschwingung, zeigen die elektrischen Feldlinien immer zum Zentrum.
3. Das magnetische Feld. Die Feldlinien gleichen dem Feld eines Stabmagneten.

Der Anfangspunkt von elektrischen Feldlinien ist immer eine positive Ladung. Der Endpunkt ist eine negative Ladung. Eine elektromagnetische Welle die sich frei ausbreitet besitzt keine Ladungen und die elektrischen Feldlinien bilden eine Schleife. Bei einer elektromagnetischen Welle, die in der „Lichtfalle" sitzt und aus der ein Elektron geworden ist, müssen die elektrischen Feldlinien enden. Die elektrischen Feldlinien zeigen auf die Rotationsachse des Poynting-Vektors und werden dort konzentriert. Die Energiedichte nimmt, mit der Konzentration der elektrischen Feldlinien, an den Rotationsachsen stark zu. Die Energiedichte wird so stark, dass sich an den Rotationsachsen ein Ereignishorizont bildet. Auf dem Ereignishorizont enden die elektrischen Feldlinien und bilden so eine Elementarladung. Wie sich in dem folgenden Kapitel über die Elementarladung zeigen wird, gleicht der Ereignishorizont nicht einer Kugel, sondern einem String bzw. einem Zylinder. Der Durchmesser ist sehr viel kleiner als die Höhe des Zylinders. Die Zylinder werden hier als Elementarzylinder bezeichnet.

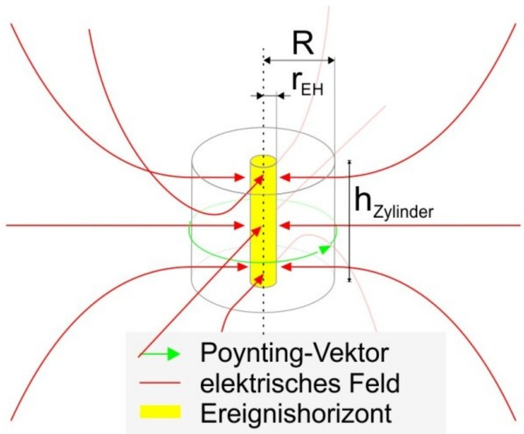


Abbildung 3: Die elektrischen Feldlinien enden am Ereignishorizont

2. Die Berechnung der Elementarladung *e*

Die gesamte Energie des Elementarteilchens ist nur im elektromagnetischen Feld gespeichert, da das Teilchen nur aus Licht besteht.

Die Energie des Elementarteilchens erhalten wir hier aus der Compton-Wellenlänge λ_0, der Lichtgeschwindigkeit c und dem Planckschen Wirkungsquantum h.[5]

$$E_{gesamt} = \frac{h * c}{\lambda_0} = m * c^2 = h * f \qquad (2.1)$$

Der Plan zur Berechnung der Elementarladung sieht so aus:
Die Gesamtenergie des Teilchens (Funktion von λ_0) setzen wir gleich mit der Energie des elektromagnetischen Feldes (Funktion von e).
Dann stellen wir diese Gleichung so um, dass wir die Ladung e separieren und berechnen können. (e als Funktion von λ_0)
Nach der Lösung dieser Aufgabe sehen wir, dass die Compton-Wellenlänge kaum einen Einfluss auf die Elementarladung e hat. Dies ist auch zu erwarten.

2.1. Die Feldenergie

Um die Energie des elektromagnetischen Feldes zu berechnen schauen wir uns das Feld genau an:
Das elektromagnetische Feld verändert seine Form mit dem Abstand zum Zentrum. Von weitem betrachtet ist es das kugelsymmetrische Feld einer Punktladung. Dieses Feld nennen wir äußeres Feld.
Die elektromagnetische Welle kann durch die Unschärferelation nicht auf einen Punkt konzentriert werden. Dicht am Ereignishorizont, gleicht das elektrische Feld dem zylindrischen Feld einer Linienladung. Dieses Feld nennen wir inneres Feld.
Für eine leichtere Rechnung werden hier nur diese beiden Feldformen benutzt.
Es muss eine Grenze zwischen dem inneren und äußeren Feld gefunden werden. In der Natur ist es keine scharfe Grenze wie in dieser Rechnung, sondern ein langsamer Übergang. Diese Rechnung ist also nur eine grobe Näherung.
Die Grenze wird so gewählt: Die Grenze zwischen dem inneren und äußeren Feld ist bei dem Radius R, bei dem die Kugeloberfläche gleich groß ist wie der Außenmantel des Zylinders, der das innere Feld einschließt**.** Eine andere Grenze zwischen dem äußeren und dem inneren Feldes, führt zu ähnlichen Ergebnissen.

Für den Grenzradius ergibt sich dann:

$$A_{Kugel} = A_{Zylinder}$$

$$4 * \pi * R^2 = 2 * \pi * R * h_{Zylinder}$$

$$R = \frac{1}{2} * h_{Zylinder} \qquad (2.2)$$

[5] Der Platzhalter E steht für die Energie und für das elektrische Feld. Das elektrische Feld ist ein Vektorfeld, so dass wir hier $\vec{E}$ für das Elektrische Feld und E für die Energie verwenden.

$h_{Zylinder}$ ist die effektive Höhe des Zylinders und R der Radius des Grenz-Zylinders bzw. der Grenz-Kugel.

$$E_{gesamt} = \frac{h * c}{\lambda_0} = E_{außen} + E_{innen} \qquad (2.3)$$

Das innere elektrische Feld können wir mit dem Feld eines Zylinderkondensators[6] vergleichen:

$$\left|\vec{E}\right|_{innen\,(r)} = \frac{e}{2\pi * r * h_{Zylinder}\,\varepsilon_0} \qquad (2.4)$$

Die magnetische und die elektrische Feldenergie sind bei einer elektromagnetischen Welle gleich groß, da die Energie zwischen elektrischer Energie und magnetischer Energie wechselt. Sie tragen daher zu gleichen Teilen zur Raumkrümmung bei. So reicht es, wenn in der Gleichung nur die elektrische Energiedichte untersucht wird und diese einfach verdoppelt wird, um so auch den magnetischen Anteil zu berücksichtigen.

Für die Energiedichte des elektrischen Feldes gilt:

$$\omega_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0(\vec{E})^2$$

Für die Energiedichte des magnetischen Feldes gilt:

$$\omega_M = \omega_E$$

Für die Energiedichte des inneren elektromagnetischen Feldes gilt:

$$\omega_{EM} = 2 * \omega_E = \varepsilon_0 * (\vec{E})^2 = \varepsilon_0 * \left(\frac{e}{2\pi * r * h_{Zylinder}\,\varepsilon_0}\right)^2$$

Die Energie des inneren elektromagnetischen Feldes berechnet sich durch die Integration der Energiedichte über das Zylindervolumen vom Grenzradius R bis zum Ereignishorizont r_{EH}, dem minimal möglichen Radius.

$$E_{innen} = \int_{r_{EH}}^{R} (\omega_{EM} * 2 * \pi * r * h_{Zylinder})\, dr$$

$$E_{innen} = \int_{r_{EH}}^{R} \left(\frac{e^2}{4\pi^2 r^2 h_{Zylinder}^2 \varepsilon_0} * 2 * \pi * r * h_{Zylinder}\right) dr$$

$$E_{innen} = \int_{r_{EH}}^{R} \left(\frac{e^2}{2\pi\, h_{Zylinder}\varepsilon_0}\right) \frac{1}{r}\, dr$$

$$E_{innen} = \frac{e^2}{2\pi\, h_{Zylinder}\varepsilon_0} \left(\ln \frac{R}{r_{EH}} \right) \qquad (2.5)$$

[6] https://de.wikipedia.org/wiki/Zylinderkondensator

Auf die gleiche Art kann die Energie des äußeren Feldes berechnet werden.
Das äußere elektrische Feld gleicht dem Feld einer Punktladung[7].

$$\left|\vec{E}\right|_{(r)} = \frac{\mathrm{e}}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{\mathrm{r}^2}$$

Für die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes gilt:

$$\omega_{EM} = \varepsilon_0(\vec{E})^2 = \varepsilon_0 * \left(\frac{\mathrm{e}}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{\mathrm{r}^2}\right)^2 \qquad (2.6)$$

Durch die Integration über die Kugeloberfläche vom Zylinderradius R bis ins Unendliche erhält man die Energie des äußeren Feldes.

$$E_{außen} = \int_{\mathrm{R}}^{\infty} (\omega_{\mathrm{EM}} * 4 * \pi * \mathrm{r}^2)\,\mathrm{dr} = \int_{\mathrm{R}}^{\infty} (\varepsilon_0(\vec{E})^2 * 4 * \pi * \mathrm{r}^2)\,\mathrm{dr}$$

$$= \int_{\mathrm{R}}^{\infty} 4\pi * \varepsilon_0\left(\frac{\mathrm{e}}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{\mathrm{r}^2}\right)^2 * \mathrm{r}^2\,\mathrm{dr}$$

$$E_{außen} = \int_{\mathrm{R}}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^2}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{1}{\mathrm{r}^2}\,\mathrm{dr} =$$

$$E_{außen} = \frac{\mathrm{e}^2}{4\pi * \varepsilon_0} * \left[\frac{-1}{\mathrm{r}}\right]_{\mathrm{R}}^{\infty} = \frac{\mathrm{e}^2}{4\pi * \varepsilon_0 * \mathrm{R}} \qquad (2.7)$$

$$\mathrm{E}_{\mathrm{gesamt}} = \frac{\mathrm{h} * \mathrm{c}}{\lambda_0} = \mathrm{E}_{\mathrm{außen}} + \mathrm{E}_{\mathrm{innen}} \qquad (2.8)$$

Setzt man die äußere (2.7) und die innere (2.5) Energie in Gleichung (2.8) ein, erhält man:

$$\frac{\mathrm{h} * \mathrm{c}}{\lambda_0} = \frac{\mathrm{e}^2}{4\pi * \varepsilon_0 * \mathrm{R}} + \frac{\mathrm{e}^2}{2\pi * \varepsilon_0 * \mathrm{h}_{\mathrm{Zylinder}}}\left(\ln\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}_{\mathrm{EH}}}\right) \qquad (2.9)$$

2.2 Die Zylinderhöhe: $h_{Zylinder}$

Die Höhe des Elementarzylinders ist nicht bekannt und nicht gemessen.
Die Höhe wirkt sich stark auf das spätere Ergebnis aus und ist so die größte Schwachstelle in dieser Rechnung.

---

7 https://de.wikipedia.org/wiki/Elektrisches_Feld#Weitere_Beispiele_für_elektrische_Felder

Mit $h_{Zylinder} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2} * \pi}$ erhält man das richtige Ergebnis für die Elementarladung.
Hier ein Erklärungsversuch:

Für die Bestimmung der Zylinderhöhe $h_{Zylinder}$ wird die elektromagnetische Schwingung untersucht. Dabei wird von einer sinusförmigen Schwingung ausgegangen.
Es wird folgende Vorstellung gewählt: Die magnetische Schwingung wird auf einem langen Blatt Papier als Welle aufgezeichnet. Dieses Blatt wird dann aufgerollt. Dies ist die „Lichtfalle“.

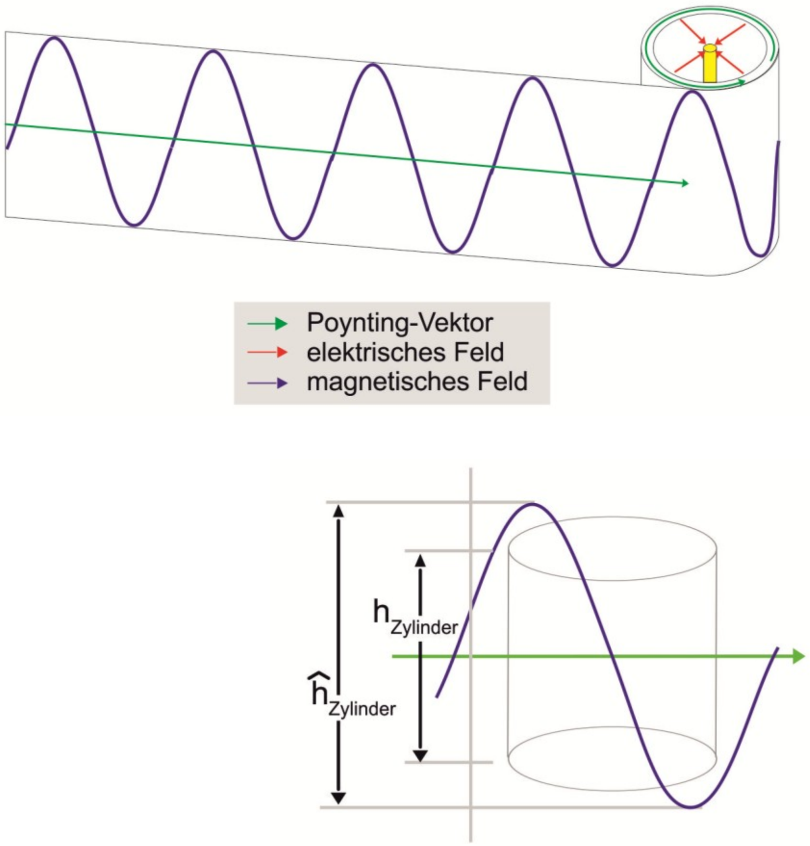


Abbildung 4: Die Höhe des Elementarzylinders

$$x_{(t)} = \hat{x} * \sin(\omega t) = \frac{\lambda_0}{2 * \pi} * \sin(2\pi f * t)$$

Der Zylinder ist so hoch, wie die magnetische Schwingung in positiver und negativer Richtung den Zylinder überstreift.
In Abb. 2 sieht man, dass die magnetischen Feldlinien eine Schleife bilden.
Wenn diese Schleife λ_0 lang ist und im Kreis läuft, ist die maximale Höhe λ_0 geteilt durch Pi.
Die Maximalhöhe des Zylinders ist:

$$\hat{h}_{Zylinder} = 2 * \hat{x} = \frac{\lambda_0}{\pi} \qquad (2.10)$$

Die Höhe des Elementarzylinders ist somit proportional zur Compton-Wellenlänge λ_0 des Elementarteilchens. Das bedeutet, dass die Höhe der Elementarteilchen kleiner wird, je mehr Energie das Teilchen besitzt.
Hier wird der Effektivwert der Höhe benötigt. Das ist der Maximalwert durch die Wurzel aus 2.

$$h_{Zylinder} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2} * \pi} \qquad (2.11)$$

Die Grenze R (2.2) zwischen dem inneren und äußeren Feld kann in die Energiegleichung (2.9) durch die Zylinderhöhe ersetzt werden:

$$\frac{h * c}{\lambda_0} = \frac{e^2}{2\pi * \varepsilon_0 * h_{Zylinder}} (1 + \ln \frac{h_{Zylinder}}{2 * r_{EH}})$$

Stellt man diese Gleichung so um, dass die Elementarladung e links steht, erhält man:

$$e = \sqrt{\frac{2\pi * \varepsilon_0 * h * c * h_{Zylinder}}{\lambda_0 * (1 + \ln \frac{h_{Zylinder}}{2 * r_{EH}})}}$$

Mit der Zylinderhöhe (2.11):

$$e = \sqrt{\frac{\sqrt{2} * \varepsilon_0 * h * c}{(1 + \ln \frac{\lambda_0}{2 * \sqrt{2} * \pi * r_{EH}})}} \qquad (2.12)$$

Der Ereignis-Horizont-Radius r_{EH} fehlt noch, um die Elementarladung e zu berechnen.

2.3. Berechnung des Ereignis Horizonts

Der Ereignishorizont ist nach der allgemeinen Relativitätstheorie die Grenze, hinter der man Ereignisse nicht mehr beobachten kann. Aus Sicht eines Beobachters, der sich nicht am Ereignishorizont befindet, steht die Zeit am Ereignishorizont. Licht oder elektromagnetische Wellen kommen am Ereignishorizont zum stehen. In diesem Modell enden die elektrischen Feldlinien an dieser Grenze. Es wurde der Ereignishorizont in den oberen Gleichungen mit r_{EH} bezeichnet. Zum besseren Verständnis wird zuerst der Schwarzschildradius für eine Punktmasse m_1 und dann erst der Ereignisradius für einen Zylinder berechnet.

2.3.1. Schwarzschildradius für eine Punktmasse

Ein Ereignishorizont ist vergleichbar mit einem Schwarzen Loch. Der

Ereignishorizont beginnt dort, wo es das Licht nicht mehr schafft zu entkommen, da die Raumkrümmung zu groß ist.

Für die Berechnung des Schwarzschildradius stelle man sich Licht als ein Teilchen mit der Masse m_2 vor, das versucht aus dem Gravitationsfeld von Masse m_1 zu entkommen.

Die Punktmasse m_1 möge sich im Koordinatenursprung befinden.

Das Teilchen m_2 befindet sich auf dem Ereignishorizont im Abstand $r_{Schwarzschild}$ von der Punktmasse m_1 entfernt. Das Teilchen bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit v=c von der Punktmasse weg. Es handelt sich somit um ein Photon bzw. um Licht. Die Kinetische-Energie setze man gleich mit der Energie, die das Teilchen braucht, um aus dem Gravitationsfeld zu entkommen. Die Gravitationskraft *F(r)* wird mit Hilfe der Gravitationskonstante *G* von Newton berechnet. Die Energie ist gleich Kraft mal Weg. Da sich die Kraft mit dem Abstand *r* ändert, brauchen wir das Integral der Kraft *F* über den Weg, vom Startpunkt $r_{Schwarzschild}$ bis ins Unendliche:

$$E_{Kinetisch} = E_{Gravitation}$$

$$\frac{1}{2} * m_2 * v^2 = \int_{r_{Schwarzschild}}^{\infty} F_{(r)} dr = \int_{r_{Schwarzschild}}^{\infty} G * \frac{m_1 * m_2}{r^2} dr$$

$$\frac{1}{2} * m_2 * c^2 = \left[-G * \frac{m_1 * m_2}{r}\right]_{r_{Schwarzschild}}^{\infty} = G * \frac{m_1 * m_2}{r_{Schwarzschild}}$$

$$r_{Schwarzschild} = \frac{2 * G * m_1}{c^2}$$

Licht, welches näher an der Punktmasse m_1 ist als der Schwarzschildradius $r_{Schwarzschild}$, hat nicht genug Energie, um aus dem Gravitationsfeld zu entkommen.

2.3.2. Ereignishorizont für den Elementarzylinder

In Abbildung 4 wird gezeigt wie Licht im Gravitationsfeld gefangen wird und so ein Elementarteilchen entsteht. Das Modell ist eine zylindrisch aufgewickelte elektromagnetische Welle. Hier soll die Welle gedanklich abgewickelt werden. Das Licht versucht aus dem eigenen Gravitationsfeld zu entkommen. Auf die gleiche Art wie der Schwarzschild Radius einer Punktmasse bestimmt wurde, wird der Ereignishorizont für das Elementarteilchen bestimmt. Bei einem zylindrischen Gravitationsfeld ist es mir nicht gelungen einen Ereignishorizont zu berechnen. Es wird die gleiche Formel wie für die Punktmasse verwendet. Dies lässt sich damit erklären, dass die elektromagnetische Welle aus einem punktförmigen Photon besteht. Dieses Photon bewegt sich in Richtung des Poynting-Vektors und schwingt dabei, mit der Amplitude λ_0 durch π, in Richtung des magnetischen Feldes (Blaue Linie in Abb. 4). Das punktförmige Photon befindet sich also irgendwo auf der

Oberfläche des Elementarzylinders. Die Energie der elektromagnetischen Welle verteilt sich mit dem elektromagnetischen Feld im gesamten Raum.

$$\frac{1}{2} * m_2 * c^2 = \int_{r_{EH}}^{\infty} G * \frac{m_{1(r)} * m_2}{r^2} dr$$

Die Masse *m₁* berechnet sich aus der Energie (2.5) des elektromagnetischen Feldes in Abhängigkeit vom Radius *r*.

$$E_{(r)} = m_{1(r)} * c^2$$

$$m_{1(r)} = \frac{E_{(r)}}{c^2}$$

Gleichung (2.5) liefert die Energie im Zylinder vom Ereignishorizont bis *R*. Wenn *R* durch *r* ersetzt wird, erhält man die Energie *E(r)* im Inneren eines gedachten Zylinders mit dem Radius *r*. Für die Masse *m₁(r)* ergibt sich dann:

$$m_{1(r)} = \frac{E_{(r)}}{c^2} = \frac{e^2}{2\pi * \varepsilon_0 * c^2 * h_{Zylinder}} \left(\ln \frac{r}{r_{EH}} \right)$$

Setzt man die Masse *m₁(r)* in das obere Integral ein und kürzen m₂ raus, erhält man:

$$\frac{1}{2} * c^2 = \frac{G * e^2}{2\pi * \varepsilon_0 * c^2 * h_{Zylinder}} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln \frac{r}{r_{EH}}}{r^2} dr$$

$$\frac{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * h_{Zylinder}}{G * e^2} = \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln \frac{r}{r_{EH}}}{r^2} dr$$

$$= \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln r}{r^2} dr - \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

Für die Berechnung des Integrals siehe Anhang Zwischenrechnung B.

$$\frac{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * h_{Zylinder}}{G * e^2} = \frac{1}{r_{EH}}$$

$$r_{EH} = \frac{G * e^2}{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * h_{Zylinder}}$$

Die Zylinderhöhe aus Gleichung (2.11) einsetzten und es folgt[8]:

$$r_{EH} = \frac{\sqrt{2} * G * e^2}{\varepsilon_0 * c^4 * \lambda_0} \qquad (2.13)$$

Dies ist die Gleichung für den Ereignishorizont r_{EH} des Elementarzylinders.
Der Durchmesser des Elementarzylinders ist somit umgekehrt proportional zur Compton-Wellenlänge λ_0 des Elementarteilchens. Das bedeutet, dass der Durchmesser des Elementarteilchens größer wird, je mehr Energie das Teilchen besitzt.

2.4. Lösung für e

Um die Elementarladung *e* zu bestimmen haben wir jetzt zwei Gleichungen (2.12) und (2.13) mit zwei Unbekannten:

$$r_{EH} = \frac{\sqrt{2} * G * e^2}{\varepsilon_0 * c^4 * \lambda_0} \qquad (2.13)$$

$$e = \sqrt{\frac{\sqrt{2} * \varepsilon_0 * h * c}{(1 + \ln\frac{\lambda_0}{2 * \sqrt{2} * \pi * r_{EH}})}} \qquad (2.12)$$

Gegeben sind:
ε_0 die elektrische Feldkonstante: 8,8541 * 10^{-12} (As)/(Vm)
h das Plancksche Wirkungsquantum: 6,626 * 10^{-34} Js
c die Lichtgeschwindigkeit: 299 792 500 m/s
λ_0 die Compton-Wellenlänge:
für ein Elektron: λ_0 = 2,42631 * 10^{-12} m
für ein Myon: λ_0 = 1,17298 * 10^{-14} m
für ein Tau: λ_0 = 6,97716 * 10^{-16} m
G die Gravitationskonstante: 6,674 * 10^{-11} (m^3)/(kg *s^2)

Die Elementarladung *e* kann man mit diesen Formeln schnell in einem Tabellenverarbeitungsprogramm berechnen. Für die numerische Lösung starten wir z. B. mit 10^{-20} m für den Ereignis-Horizont-Radius und erhalten schon nach wenigen Schritten ein sehr gutes Ergebnis. Dies gilt auch für andere Elementarteilchen mit

[8] Dieser Ereignishorizont kann keine Photonen einfangen. Die Wellenlänge der Photonen ist sehr viel größer als der Durchmesser des Ereignishorizonts. Die Ursache für die Kreisbewegung der Photonen kann an der Ladung im Magnetfeld und nicht an der Raumkrümmung liegen.

Spin ½.
In der Rechnung ist das Vorzeichen +- der Ladung durch e^2 abhanden gekommen, so dass wir nur den Betrag der Ladung erhalten. Das Elektron trägt definitionsgemäß natürlich eine negative Ladung.

Elektron:

Schritte	r EH m	e berechnet C	e tatsächlich C
1	10^{-20}	$3{,}705*10^{-19}$	
2	$7{,}465*10^{-59}$	$1{,}53248*10^{-19}$	
3	$1{,}277*10^{-59}$	$1{,}51986*10^{-19}$	$1{,}602*10^{-19}$
4	$1{,}256*10^{-59}$	$1{,}51975*10^{-19}$	94,86 %

Myon:

Schritte	r EH m	e berechnet C	e tatsächlich C
1	10^{-20}	$4{,}410*10^{-19}$	
2	$2{,}188*10^{-56}$	$1{,}619*10^{-19}$	
3	$2{,}949*10^{-57}$	$1{,}602*10^{-19}$	$1{,}602*10^{-19}$
4	$2{,}888*10^{-57}$	$1{,}602*10^{-19}$	99,997 %

Tau:

Schritte	r EH m	e berechnet C	e tatsächlich C
1	10^{-20}	$4{,}995*10^{-19}$	
2	$4{,}7196*10^{-55}$	$1{,}672*10^{-19}$	
3	$5{,}2858*10^{-56}$	$1{,}652*10^{-19}$	$1{,}602*10^{-19}$
4	$5{,}1589*10^{-56}$	$1{,}651*10^{-19}$	103,08 %

Tabelle 1: Elementarladung, numerische Lösung mit Tabellenkalkulation

3. Fazit und Ausblick

In diesem Modell können die Feldlinien bis zum Ereignishorizont vordringen und dort enden bzw. anfangen.

Dies ist bei dem Modell einer Kugelladung nicht möglich, da dann die Elementarladung viel zu klein wird. Es lässt sich somit die Entstehung der Elementarladungen durch das Modell eines elektromagnetischen Feldes erklären und die Elementarladung berechnen.

Wie an den drei untersuchen Leptonen zu sehen ist, hat die Energie der Teilchen kaum einen Einfluss auf die Elementarladung e. Das Tau ist 3477-mal so schwer wie das Elektron, die berechnete Elementarladung ist jedoch nur um den Faktor 1,086 höher. Die Energie fällt jedoch auch nicht ganz raus wie zu erwarten ist. Das heißt dieses vereinfachte Modell ist nicht ganz richtig oder wir haben einen Überschuss an positiver Ladung (Das Proton ist schwerer als das Elektron). Die Fehler sind kleiner als erwartet. Es wurden viele Näherungen verwendet:

Die Form des elektrischen Feldes wurde vereinfacht. Die Feldlinien enden abrupt am Ereignishorizont und fallen nicht langsam in den Gravitationstrichter.

2/3 Elementarladungen oder 1/3 Elementarladungen, wie bei den Quarks, kann man mit diesen Gleichungen nicht berechnen.

Die Dimensionen des Ereignishorizontes bzw. des Elementarzylinders sind für weitere Überlegungen sehr wichtig.

Der Ereignishorizont ist sehr viel höher ($h_{Zylinder}$) als sein Durchmesser ($2*r_{EH}$) (Faktor 10^{40}-10^{47}). Er ist vergleichbar mit einem Faden bzw. einem String aus der String-Theorie. Er ist jedoch nicht eindimensional. Das ist wichtig für die Gravitation. Mit diesem Modell lässt sich die Gravitation leicht verstehen und berechnen.

Der Ereignishorizont r_{EH} ist umgekehrt proportional zur Compton-Wellenlänge. Der Durchmesser des Elementarzylinders ist proportional zur Energie des Elementarteilchens.

Eine elektromagnetische Welle die sich auf eine Masse zubewegt gewinnt an Energie. (Blauverschiebung). Der Ereignishorizont r_{EH} wird mit stärkerem Gravitationsfeld größer. Dadurch wird der Elementarzylinder im Gravitationfeld zu einem Kegelstumpf. Betrachtet man das Elementarteilchen als eine Lichtuhr, lässt sich so sehr anschaulich die Zeitveränderung durch Gravitation berechnen. Auch die Gravitationsbeschleunigung lässt sich mit dem Verlauf des Poynting-Vektors auf dem Kegelstumpf berechnen. Die Gravitationskraft lässt sich mit dem Verlauf des Poynting-Vektros und dem Strahlungsdruck des Poynting-Vektros bestimmen.

Die Feinstrukturkonstante α ist das Verhältnis der Energien hinter dem Ereignishorizont (Energiedichte am Ereignishorizont multipliziert mit dem Volumen des Elementarzylinders * Wurzel (2)) zu der Energie vor dem Schwarzschildradius (Gesamtenergie des Teilchens). Gibt man den Elementarteilchen einen Raum und eine innere Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit, lassen sich fast alle physikalischen Größen anschaulich erklären.

4. Anhang

4.1. Zwischenrechnung B

$$F_{(r)} = \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln r}{r^2} dr - \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

Das Integral soll gelöst werden. Dafür wird die partielle Integration verwendet:

$$\int f_{(r)} * g'_{(r)} \, dr = f_{(r)} * g_{(r)} - \int f'_{(r)} * g_{(r)} \, dr$$

$$f_{(r)} = \ln r \qquad g'_{(r)} = \frac{1}{r^2}$$

$$f'_{(r)} = \frac{1}{r} \qquad g_{(r)} = \frac{-1}{r}$$

$$F_{(r)} = \left[\ln r * \frac{-1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r} * \frac{-1}{r} * dr - \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \left[-\frac{\ln r}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \left[\frac{1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \ln r_{EH} * \left[\frac{-1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty}$$

$$= \frac{\ln r_{EH}}{r_{EH}} - \left(0 - \frac{1}{r_{EH}}\right) - \ln r_{EH} * \left(-0 + \frac{1}{r_{EH}}\right)$$

$$= \frac{1}{r_{EH}}$$

4.2. Konstanten

Bohrsches Magneton

$\mu_B = 9{,}274096 * 10^{-24}$ $A * m^2$

Magnetisches Moment Elektron

$\mu_s = 9{,}28476462 * 10^{-24}$ $A * m^2$

Elektrische Feldkonstante

$\varepsilon_0 = 8{,}854185 * 10^{-12}$ $\frac{A * s}{V * m}$

Elektrische Elementarladung

$e = 1{,}6021917 * 10^{-19}$ C

Gravitationskonstante

$G = 6{,}6732 * 10^{-11}$ $\frac{m^3}{kg * s^2}$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$c = 299.792.458$ $\frac{m}{s}$

Magnetische Feldkonstante

$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$ $\frac{V * s}{A * m}$

Plancksches Wirkungsquantum

$h = 6{,}62607004 * 10^{-34}$ Js

reduziertes Plancksches W.-q.

$\hbar = \frac{h}{2 * \pi}$ Js

Ruhemasse des Elektrons oder des Positrons

$m_e = 9{,}109558 * 10^{-31}$ kg

Compton-Wellenlänge des Elektrons oder des Positrons

$\lambda_0 = 2{,}42631023 * 10^{-12}$ m

Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{1}{137{,}035999046} = \frac{e^2}{2 * \varepsilon_0 * h * c}$$

4.3. Allgemeine Formeln

Masse – Energie:

$$E = m * c^2 = h * f = \frac{h * c}{\lambda}$$

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \lambda * f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 * \mu_0}}$$

Feinstrukturkonstante:

$$\alpha = \frac{1}{137{,}035999046} = \frac{e^2}{2 * \varepsilon_0 * h * c}$$

Mechanischer Drehimpuls:

$$\left|\vec{S}\right| = m * r * v$$

Strahlungsdruck bei voller Reflektion:

$$F = 2 * \cos\theta \, \frac{h * f}{c} * \frac{dN}{dt}$$

Kinetische Energie:

$$E = \frac{1}{2} * m * v^2$$

Elektrisches Feld eines Zylinders im Vakuum:

$$\vec{E} = \frac{Q}{2 * \pi * \varepsilon_0 * l} * \frac{1}{r} * \vec{e}_r$$

Elektrisches Feld einer Kugel oder Punktladung im Vakuum:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{1}{r^2} * \vec{e}_r$$

Energiedichte von elektromagnetischen Feldern im Vakuum

$$\omega_{EB} = \omega_E + \omega_B = \frac{1}{2} * \varepsilon_0 * \overrightarrow{|E|}^2 + \frac{1}{2} * \frac{1}{\mu_0} * \overrightarrow{|B|}^2$$

$$= \varepsilon_0 * \overrightarrow{|E|}^2 = \frac{1}{\mu_0} * \overrightarrow{|B|}^2$$

5. Literaturverzeichnis

J. Brandes /J. Czerniawski; *Spezielle und Allgemeine Relativitätstheorie für Physiker und Philosophen;*
Karlsbad: VRI - Verlag relativistischer Interpretationen; 2010
ISBN 978-3-930879-08-3

Caesar, Christoph; www.ccaesar.com/ger_index.html, 2003-2019
Patentschrift DE10341341 A1 (Offenlegungsschrift), eingereicht am 8.9.2003, offengelegt am 14.4.2005

R. P. Feynman; *QED Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie;*
München: R. Piper GmbH & Co. KG; 1995; ISBN 3-492-11562-4

Feynman/Leighton/Sands; *Feynman - Vorlesungen über Physik* (Band 1 bis3);
München: R. Oldenbourg Verlag; 1987; ISBN 3-486-20018-6

Feynman; *Quantenelektrodynamik* (Band 3a);
München: R. Oldenbourg Verlag; 1992; ISBN 3-486-22315-1

Fließbach, T.; *Allgemeine Relativitätstheorie;*
Heidelberg: Springer - Spektrum Akademischer Verlag; 2012
ISBN 978-3-8274-3031-1

Frohne, H.; Einführung in die Elektrotechnik (1-3)
Grundlagen und Netzwerke,
Elektrische und magnetische Felder,
Wechselstrom,
Teubner Studienskripten; Stuttgart, 1982, 1989, 1989

Gößling, Manuel; Physik – Rechnen mit dem Elementarzylinder
Das Elektron als elektromagnetische Welle
2. Auflage 2018; ISBN 978-3-9819366-1-2

Meyer, Carl-Friedrich; Relativistische invariante Bahnen in Elementarteilchen,
Shaker Verlag, Aachen 2005; ISBN 3-8322-3692-9

Weiß, H.; *Wellenmodell eines Teilchens;*
Unterhaching: Herbert Weiß; 1991